



RESPOSTA DA VARIABILIDADE DO MODELO DE RAIOS A PARTIR DA UTILIZAÇÃO DE DADOS METEOROLÓGICOS E OCEANOGRÁFICOS: UM ESTUDO DE CASO COM DADOS ACÚSTICOS IN SITU NA REGIÃO DE CABO FRIO

*Capitão-Tenente (EN) Marco André
Desbrousses Cotta¹
Capitão de Fragata (T) Marcia Helena
Moreira Valente²*

RESUMO

Este estudo tem como principal objetivo aprofundar a compreensão da propagação do som no oceano, buscando uma integração entre dados acústicos, informações meteorológicas e oceanográficas. Utilizando dados coletados na comissão oceanográfica Ressurgência III, que envolveu medições detalhadas das condições oceânicas e experimentos acústicos, foi possível calcular as perdas na transmissão. Adicionalmente, foram conduzidas simulações utilizando modelo de propagação acústica por traçado de raios (TRACEO) da Universidade do Algarve.

A comparação entre os dados coletados *in situ* e os resultados dos modelos de tratamento de raios acústicos têm o propósito de avaliar a precisão da modelagem acústica na reprodução das condições reais do meio marinho. Este estudo enfatiza a importância da integração de sistemas de previsão oceanográfica acústica em conjunto com indicadores de probabilidade de detecção sonar.

¹Oficial do Corpo de Engenheiros da Marinha graduado em Engenharia Naval e Oceânica (UFRJ). Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Acústica Submarina (PPGAS) do Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM). Email: macotta@poli.ufrj.br

²Oficial do Quadro Técnico da Marinha graduada em Oceanografia (UERJ). Mestrado em Oceanografia Física (USP). Doutorado em Engenharia Oceânica (COPPE-UFRJ), servindo presentemente no Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM). Email: marcia.helena@marinha.mil.br



Palavras-chave: Oceanografia acústica. Modelo de raios. Ressurgência costeira. Processamento de sinais.

ABSTRACT

This study aims to deepen the understanding of sound propagation in the ocean, seeking an integration of acoustic data, meteorological, and oceanographic information. Using data collected during the Ressurgência III oceanographic expedition, which involved detailed measurements of oceanic conditions and acoustic experiments, it was possible to calculate transmission losses. Additionally, simulations were conducted using the ray tracing acoustic propagation model (TRACEO) from the University of Algarve. The comparison between in-situ collected data and the results of acoustic ray tracing models aims to evaluate the accuracy of acoustic modeling in reproducing real conditions in the marine environment. This study emphasizes the importance of integrating acoustic oceanographic forecasting systems along with sonar detection probability indicators.

Keywords: Acoustic oceanography. Ray tracing model. Coastal upwelling. Signal processing.

1. INTRODUÇÃO

A modelagem acústica é uma ferramenta computacional valiosa para investigar e prever a propagação acústica no ambiente marinho. Esses modelos constituem bases sólidas para teorias avançadas, representando abordagens matemáticas fundamentais na descrição do complexo sistema de propagação acústica no meio geofísico do oceano. Quando alimentados com dados oceanográficos e meteorológicos que

refletem com precisão as condições reais, esses modelos oferecem uma representação confiável da propagação acústica. Em ambientes costeiros, diversas peculiaridades oceanográficas e geológicas podem causar reflexão, refração e difração horizontal do som. A abordagem comumente utilizada para enfrentar desafios relacionados à acústica subaquática em cenários costeiros envolve a aplicação de modelos numéricos (Oliveira et al., 2021). A teoria do traçado de raios, geralmente apresenta um desempenho superior em frequências acima de 1 kHz, devido à sua natureza aproximada (Jensen et al., 2011 e Valente, 2018), como as escolhidas para essa pesquisa.

A região costeira pode exibir uma grande variabilidade em diversas escalas espaciais e temporais, influenciando o desempenho do sonar. Incertezas surgem na estimativa dos campos oceânicos e acústicos devido a medições imperfeitas (erros de dados), modelos imperfeitos (erros de simulação) e variabilidades ambientais desconhecidas (Robinson et al., 2002). Muitas pesquisas dedicam-se à oceanografia acústica, especialmente no contexto militar, em que há um interesse em compreender o impacto da variabilidade ambiental nas previsões acústicas e no desempenho do sonar, como: Lam et al. (2009); Abbot & Dyer (2002); Colin et al. (2013) e Rixen et al. (2012).

1.1 Problema acústico abordado

O problema acústico abordado está relacionado com a geração, propagação e recepção do som.

No presente trabalho, foram analisados dados da comissão Ressurgência III, em que foram abordados os critérios geométricos de frequência e comportamento das propriedades no espaço.

A análise conforme o critério geométrico, para águas rasas, apresentado



inicialmente por Tolstoy & Clay (1966), a diferenciação fundamental entre a propagação sonora em águas rasas e em águas profundas está intrinsecamente ligada à escala do fenômeno em questão. Etter (2013) demonstra que grande parte dos continentes exibe plataformas continentais delimitadas pela isobatimétrica de 200 metros e complementa definindo que águas rasas estarão presentes sempre que a propagação acústica for marcada por inúmeras interações com o fundo marinho e a superfície da água. Kuperman & Lynch (2004) também apresentaram definições semelhantes quanto a esse critério e relataram que, em águas rasas, a relação típica entre a profundidade e o comprimento de onda acústica (H/λ) situa-se geralmente entre 10 e 100. Estes autores apresentam esta importante caracterização, que a propagação em águas rasas está limitada por um guia de ondas limitado e por múltiplas interações entre a superfície e o fundo.

Já na análise da frequência, Jensen et al. (2011) define com altas frequências aquelas superiores a 1 kHz para propagação sonora no mar. Esse critério está relacionado à atenuação do som. Katsnelson & Petnikov (1997) também trataram desse tema de forma mais direta em águas rasas. Os autores salientam que o aumento considerável da atenuação sonora com a frequência torna o uso de maiores frequências absolutamente sem perspectiva para a sondagem acústica de águas rasas a grandes distâncias, apesar de ser possível o aumento da potência de emissão com a frequência.

Para a análise do comportamento das propriedades ambientais ao longo da distância, neste estudo, foram feitas simulações para avaliar a diferença entre os dois tipos de modelagem (RD e RI). Para o caso RD, foram imputados ao modelo dados

detalhados *in situ*, variando ao longo da distância em uma radial.

2. OBJETIVO

O presente trabalho tem como objetivo simular realisticamente o processo de propagação acústica em um ambiente de ressurgência costeira, a fim de determinar as perdas na propagação do som e os efeitos acústicos provocados por este processo oceanográfico. Ainda como escopo principal, busca-se avaliar como as variáveis meteorológicas e oceanográficas podem introduzir complexidades adicionais na comparação entre dados coletados *in situ* e resultados obtidos por meio de modelos de propagação acústica.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Experimento acústico

A comissão Ressurgência III foi realizada entre os dias 8 e 15 de setembro de 2021 e teve como apoio o Navio de Pesquisa Hidroceanográfico “Vital de Oliveira”. Pesquisadores civis e militares do Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM) embarcaram no referido navio e realizaram diversos experimentos, entre eles o lançamento de um arranjo de hidrofones em um ponto de fundeio próximo à costa, que captava o som transmitido por meio de uma fonte sonora que era arriada pelo navio até 15 metros de profundidade. Complementarmente o navio realizou 19 estações oceanográficas utilizando o conjunto CTD (*conductivity, temperature e depth*) – Rossete, que possibilitou determinar os perfis de temperatura, salinidade e clorofila, em quatro radiais próximas a Ar-raial do Cabo (figura 1).

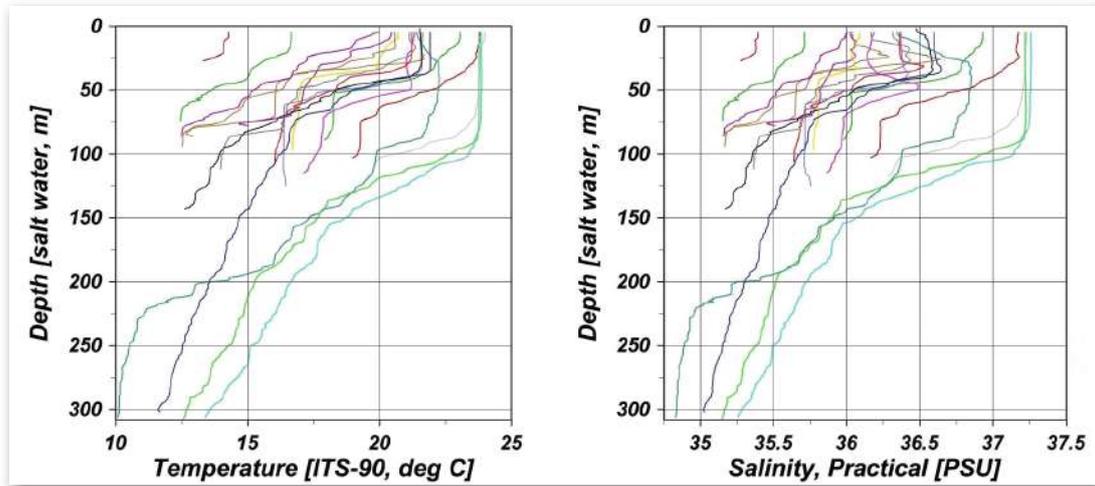


Figura 1 – Perfis verticais de temperatura e salinidade para todas as estações oceanográficas da comissão.
Fonte: Elaboração própria

Os pontos marcados em vermelho, na figura 2, representam a radial em que foi realizado o experimento acústico, próximo à linha de 42°W, entre 23°S e 24°S.

O arranjo de hidrofones do experimento acústico foi configurado conforme esquema apresentando na figura 3.

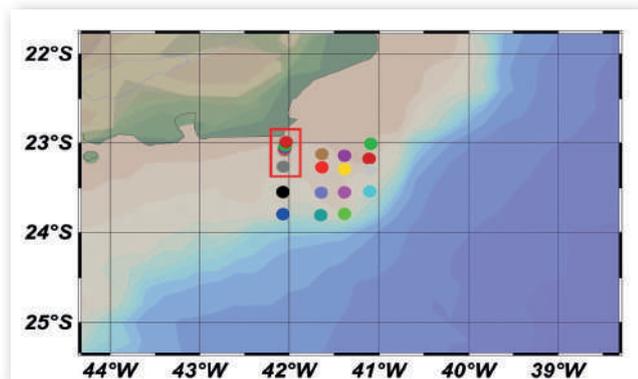


Figura 2 – Localização dos pontos de coleta de dados oceanográficos.
Fonte: Elaboração própria

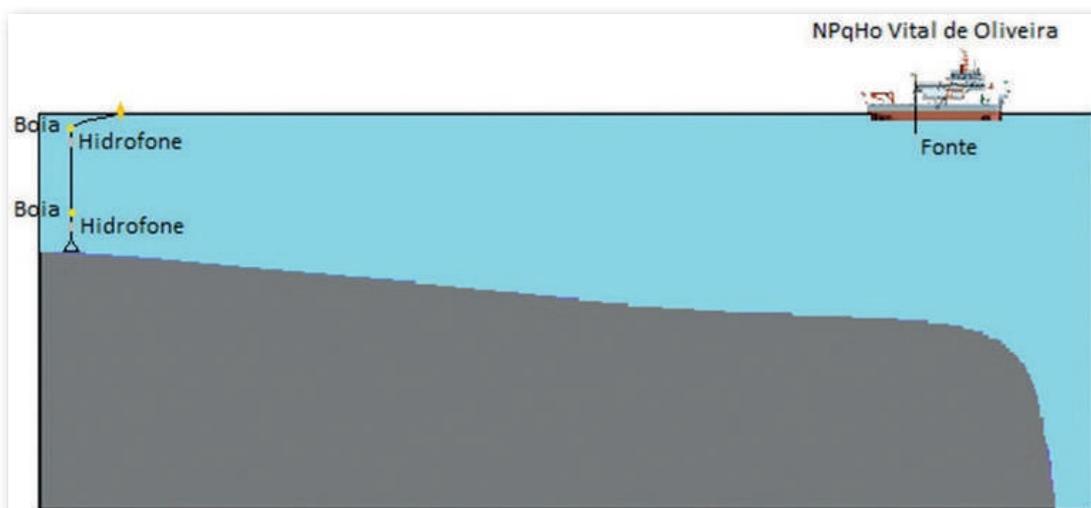


Figura 3 – Arranjo do experimento acústico. Fonte: Elaboração própria



A figura 4 apresenta os perfis de velocidade do som da raia em que foi realizado o experimento acústico. A partir da utilização da equação de Mackenzie foi calculado o perfil de velocidade do som para cada estação com a respectiva profundidade.

O experimento acústico foi elaborado para que fosse possível a transmissão de sinais acústicos modulares de frequência linear (LFM, do inglês: Linear Frequency Modulation), mais especificamente CHIRP (do inglês: Compressed High-Intensity Radar Pulse) que tem por característica a variação da frequência ao longo do tempo (RODRIGUEZ, 2023), representada pela equação (1):

$$s(t) = \cos(\phi(t)) \quad (1)$$

Os sinais foram produzidos computacionalmente com as seguintes características:

Primeiro CHIRP: com duração de 0,25 s, intervalo entre CHIRP de 0,5 s e range de frequência de 500 Hz (por exemplo, para 1kHz,

ficando dentre 750 Hz e 1250 Hz).

Segundo CHIRP: com duração de 0,5 s, intervalo entre CHIRP de 1,75 s e range de frequência de 500 Hz (por exemplo para 1kHz, ficando dentre 750 Hz e 1250 Hz).

Foi gerado sinteticamente uma sequência de 10 CHIRP com essas características para transmissão. O sinal foi emitido em uma sequência, intercalando os CHIRP de 0,25 s e 0,5 s, como se pode observar no espectrograma do sinal recebido pelo arranjo de hidrofones para 1 kHz, figura 5.

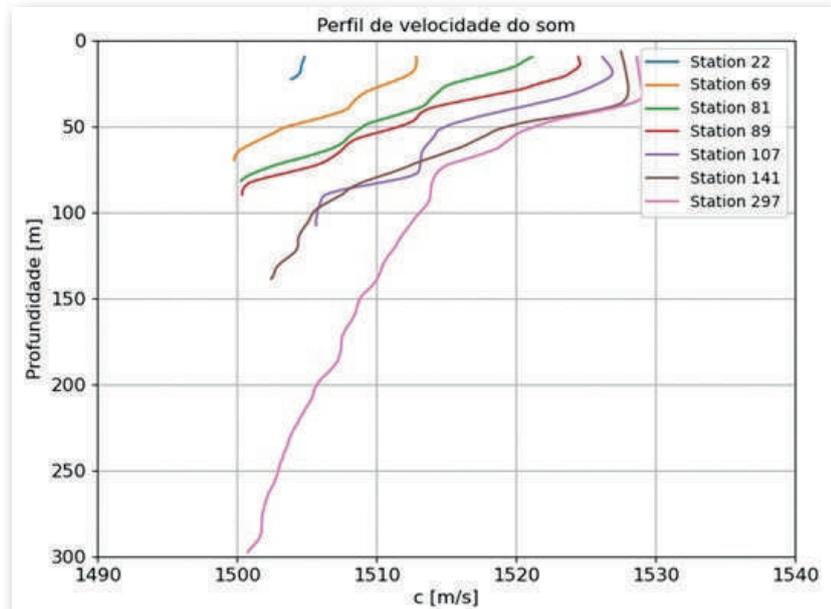


Figura 4 – Perfis de velocidade do som da raia. Fonte: Elaboração própria

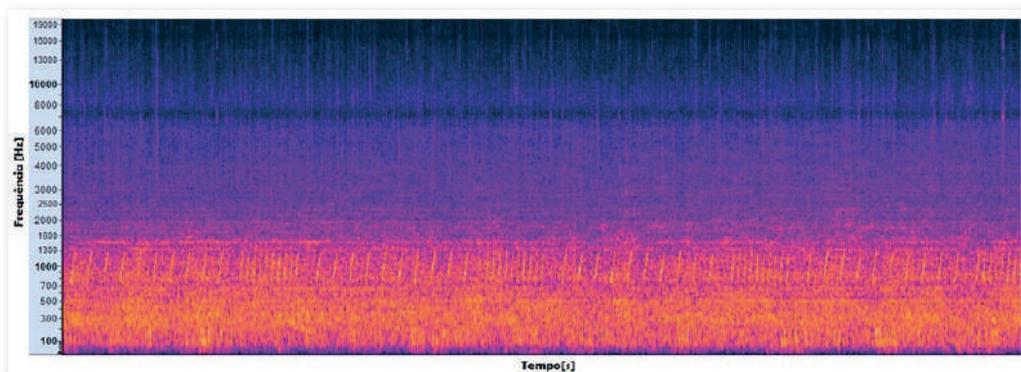


Figura 5 – Espectrograma do sinal recebido pelo hidrofones para 1kHz. Fonte: Elaboração própria

3.2 Processamento de sinais

Como o objetivo é identificar atrasos temporais precisos, especialmente em ambientes nos quais atrasos de propagação podem ser relevantes, a correlação cruzada foi o método escolhido por apresentar melhores resultados.

Aplicando a correlação cruzada para o sinal recebido no experimento, teve de iniciar o processamento dos sinais de 1 kHz, como apresentado na figura 6.

Antes de aplicar a técnica de Welch, é comum aplicar uma janela móvel ao sinal original. Ao aplicar a janela de Hann, a amplitude do sinal é gradualmente atenuada em direção às extremidades, criando uma transição mais suave entre o conteúdo do sinal e os valores próximos a zero nas bordas. Essa atenuação gradual é crucial para evitar distorções no espectro de frequência causadas pelo fenômeno conhecido como vazamento espectral.

Cada segmento janelado é transformado usando a Transformada Rápida de Fourier (FFT) para obter sua representação no domínio da frequência. A DEP é calculada para cada segmento usando a magnitude do espectro de frequência, e a utilização da FFT permite uma análise eficiente no domínio da frequência.

A DEP em amplitude, dada por $S(\omega)$, pode ser obtida por meio da relação com $s(t)$, utilizando a FFT, como em (2):

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega \quad (2)$$

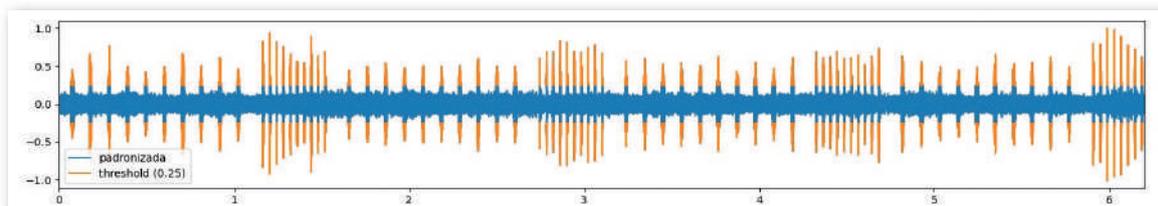


Figura 6 – Resultado da aplicação da correlação cruzada de um dos sinais de 1kHz recebido do experimento. Fonte: Elaboração própria

Sendo essa relação conhecida como síntese de Fourier, a DEP é obtida a partir da equação (3):

$$|S(\omega)|^2 \quad (3)$$

Pela teoria de Parseval, a energia do sinal é a mesma no domínio da frequência e no domínio do tempo, apresentada na equação (4) (RODRÍGUEZ, 2023):

$$\int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 \cdot d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 \cdot dt \quad (4)$$

Tendo determinado a DEP, pôde-se alcançar o resultado do nível de pressão sonora (do inglês, sound pressure level - SPL) que chega no receptor, equação (5):

$$SPL = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{|FFT|^2}{(1 \mu Pa)^2} \right) \quad (5)$$

Com a informação do SPL que chegou no receptor e sabendo o SPL que foi emitido pelo transmissor, é possível calcular a Transmission Loss (TL), como demonstrado pelas equações (6) e (7):

$$TL = SPL_{transmitido} - SPL_{recebido} \quad (6)$$

$$TL = SL - 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{|FFT|^2}{(1 \mu Pa)^2} \right) \quad (7)$$



3.3 Modelo de raios

Segundo Jensen et al. (2011), o uso de modelos baseados em raios é uma prática consolidada no estudo da propagação acústica há muitos anos. Desde a década de 1960, a modelagem predominante empregava modos normais ou o rastreamento de raios. Contudo, atualmente, os códigos de rastreamento de raios perderam um pouco de popularidade na comunidade de pesquisa, devido à aproximação inerente de alta frequência do método, que resulta em uma precisão relativamente limitada nos resultados. Originalmente, essa teoria surgiu na óptica das equações de Maxwell, sendo inicialmente empregada para compreender a propagação da luz mesmo antes da formulação das equações fundamentais para tal propagação. O estudo da propagação e reflexão de raios remonta a Euclides (KELLER, 1978), enquanto a lei de Snell, que governa a refração dos raios, em origem em 1626.

3.4 Perda na transmissão coerente

Conforme a teoria apresentada por Jensen et al. (2011), cada *eigenray* (caminho que o raio percorrer) contribui para o campo de pressão complexo com base em sua intensidade e fase naquele ponto. A intensidade é calculada simplesmente somando as contribuições de cada um dos *eigenrays*, resultando em (8):

$$P^{(c)}(r, z) = \sum_{j=1}^{N(r, z)} p_j(r, z) \quad (8)$$

Onde $N(r, z)$ representa o número de *eigenrays* que contribuem para o campo em uma posição específica do receptor, e (r, z) é a pressão devido a esse *eigenray*. O número de *eigenrays* contribuintes pode variar consideravelmente. Na vizinhança, pode haver apenas três *eigenrays* importantes: um raio

direto, um raio de reflexão no fundo e um raio de reflexão na superfície. Os *eigenrays* restantes atingem o fundo em ângulos mais íngremes do que o ângulo crítico e, portanto, são fortemente atenuados. Em faixas mais longas, muitas vezes, haverá contribuições de trajetórias que atingem a superfície e o fundo várias vezes ou *eigenrays* seguindo diferentes trajetórias refratadas. A perda de transmissão é então definida como, equação (9):

$$TL(s) = -20 \log \left| \frac{p(s)}{p^o(s=1)} \right| \quad (9)$$

3.5 Propriedades do fundo

O mapa faciológico (figura 9) na região do experimento (marcado em vermelho) indica a presença de lama em um trecho mais próximo à costa e, posteriormente, uma pequena porção de areia. Os dados foram inseridos no modelo, entretanto, surgiu uma incerteza quanto à variável posição da fronteira entre a lama e a areia. Dessa forma, foram realizadas algumas simulações até que se obtivesse os menores MSE, indicando a melhor resposta ao modelo.

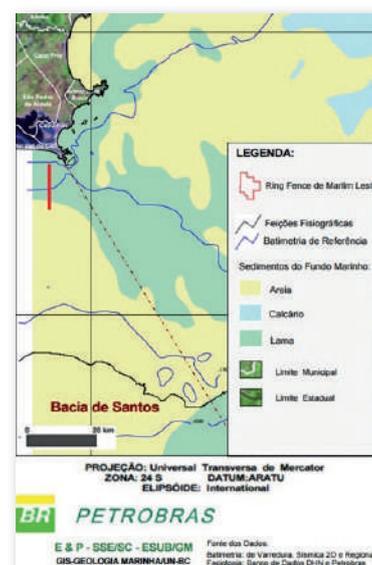


Figura 7 – Mapa faciológico. Fonte: adaptado de Petrobras e DHN



4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Realizou-se uma comparação dos resultados do experimento acústico com os resultados das simulações, por meio

da análise do erro médio quadrático, do inglês *Mean Squared Error* (MSE), para o hidrofone a 10 metros de profundidade (tabela 1) e 25 metros de profundidade (tabela 2).

Tabela 1 – MSE para o hidrofone de 10 m de profundidade

MSE entre experimento e simulado - chirps de 0,25s - Hidrofone a 10 m		
Distância[milhas]	Fundo de Areia e SSP RI	Fundo Faciológico e SSP RI
3	4,7002	0,7534
6	58,2932	4,9952
Distância[milhas]	Fundo de Areia e SSP RD	Fundo Faciológico e SSP RD
3	0,1354	0,0046
6	1,5252	0,0552

MSE entre experimento e simulado - chirps de 0,5s - Hidrofone a 10 m		
Distância[milhas]	Fundo de Areia e SSP RI	Fundo Faciológico e SSP RI
3	4,4268	0,4956
6	51,9841	0,5041
Distância[milhas]	Fundo de Areia e SSP RD	Fundo Faciológico e SSP RD
3	0,0108	0,0003
6	1,6641	0,1521

Tabela 2 - MSE para o hidrofone de 25 m de profundidade

MSE entre experimento e simulado - chirps de 0,25s - Hidrofone a 25 m		
Distância[milhas]	Fundo de Areia e SSP RI	Fundo Faciológico e SSP RI
3	6,2901	1,0161
6	46,5806	20,4756
Distância[milhas]	Fundo de Areia e SSP RD	Fundo Faciológico e SSP RD
3	0,0949	0,0369
6	0,8556	0,0462

MSE entre experimento e simulado - chirps de 0,5s - Hidrofone a 25 m		
Distância[milhas]	Fundo de Areia e SSP RI	Fundo Faciológico e SSP RI
3	6,1603	0,9643
6	–	–
Distância[milhas]	Fundo de Areia e SSP RD	Fundo Faciológico e SSP RD
3	0,1866	0,013924
6	–	–



Os cálculos demonstram alguns padrões recorrentes em todos os conjuntos de simulações, que são:

I. O primeiro padrão observado está em quanto mais refinado são os dados imputados no modelo, menor o MSE.

II. O segundo padrão observado está em quanto menor a distância, menor o MSE para cada frequência.

Nas análises, foi verificado que os dados quantitativos de MSE associados às simulações com perfis de velocidade do som RI são muito maiores que os dados associados às simulações com perfis de velocidade do som RD. O SSP RD representa com maior veracidade o meio, pois carrega a variação da velocidade do som ao longo da radial para o cálculo da propagação.

No caso específico dessa comissão, o CTD obteve dados de SSP a cada milha, então foi criada uma rotina que utilizou a variação do SSP ao longo da raia. Para o SSP RI, foi utilizado um perfil médio dos perfis disponíveis para as simulações.

A variação dos dados de propriedades do fundo em conjunto com os dados de perfis de velocidade do som é relevante. A diferença entre MSE de dados comparados entre RI e RD, com mesmo tipo de fundo, é maior que quando comparado entre diferentes tipos de fundo com mesmo tipo de SSP. Então, nesses dois conjuntos de dados, o parâmetro SSP apresentou uma relevância maior que as propriedades do fundo. Os resultados gráficos da simulação da modelagem com melhor ajuste, seguindo o mapa faciológico e SSP RD (figuras 8 e 9).

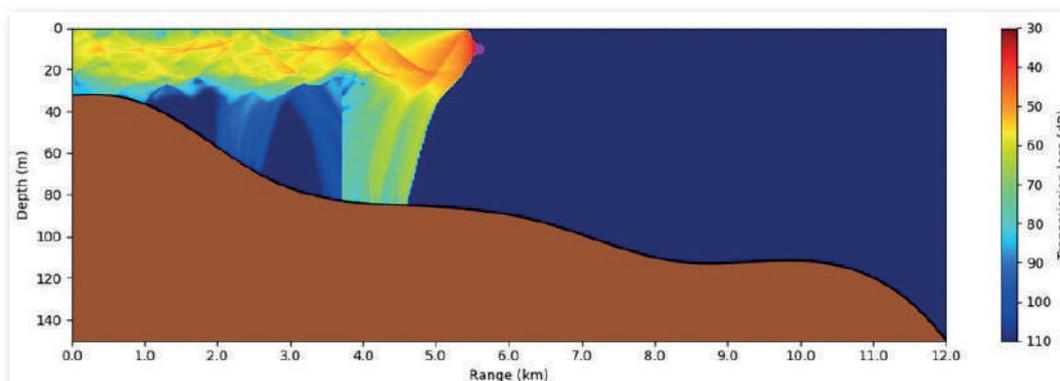


Figura 8 – Resultado gráfico da simulação para fundo seguindo o mapa faciológico e SSP RD, frequência 1kHz e 3 milhas de distância do arranjo de hidrofones. Fonte: elaboração própria

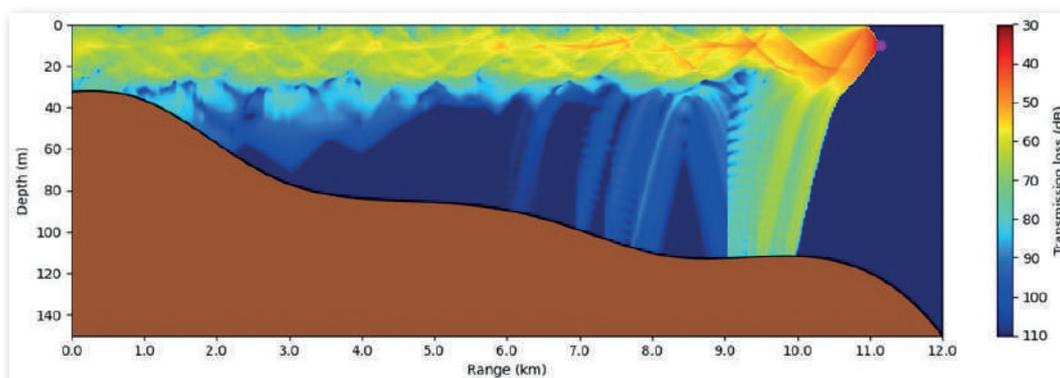


Figura 9 – Resultado gráfico da simulação para fundo seguindo o mapa faciológico e SSP RD, frequência 1kHz e 6 milhas de distância do arranjo de hidrofones. Fonte: Elaboração própria

Com os dados de TL obtidos nas simulações usando o TRACEO, foi possível elaborar os mapas de probabilidade de detecção sonar.

4.1 Probabilidade de detecção sonar

Para afirmar que o alvo está presente, é necessário que o som captado pelos hidrofones ultrapasse um limiar específico, conhecido como *Detection Threshold* (DT), um valor no qual o nível de sinal deve exceder o nível de ruído ambiental para que a detecção ocorra. Se um sinal for suficientemente atenuado, a ponto de seu nível de energia ser obscurecido pelo ruído ambiente, a informação contida nesse sinal dificilmente será recuperada (OLIVEIRA, 2001).

Para a elaboração do mapa de probabilidade de detecção sonar, utilizam-se os seguintes parâmetros:

$$SL - TL = NL - DI + DT$$

Onde:

- Intensidade Sonora da Fonte (SL - *Source Level*);
- Perda na Transmissão (TL - *Transmission Loss*);
- Ruído Ambiente (NL - *Noise Level*);
- Sensibilidade do Sonar (TS - *Target Strength*);
- Índice de Diretividade (DI - *Directivity Index*);
- Limiar de Detecção (DT - *Detection Threshold*).

Utilizando as estimativas de *Transmission Loss* (TL) obtidas pelo TRACEO e incorporando os valores de ruído ambiental obtidos durante o experimento acústico, com a figura de mérito descrita pela equação 10, podemos calcular o Excesso de Sinal (*Signal Excess* – SE) usando a equação 11. Em seguida, fazendo uso da equação 12, é possível determinar a probabilidade de detecção, conforme proposto por Ferla & Porter (1991).

$$FM = SL - NL + DI - DT \quad (10)$$

Sendo:

$$SE\left(FM, r, \frac{z_r}{z_s}\right) = FM - TL\left(r, \frac{z_r}{z_s}\right) \quad (11)$$

z_s → profundidade da fonte

z_r → profundidade do receptor

r → distância entre fonte e receptor

$$P_D(SE) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{SE} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right] dx \quad (12)$$

O termo SE refere-se à intensidade pela qual o sinal se destaca acima do ruído ambiental. Um SE de 0 dB implica uma probabilidade de detecção de 50%. O parâmetro σ representa o desvio padrão de SE e foi estabelecido em 8 dB para os cálculos realizados, com base em valores derivados de experiências práticas de detecção, como detalhado por Urick (1983). Essa fixação do desvio padrão (σ) em 8 dB reflete a variabilidade observada em situações reais de detecção sonar.

Consideramos que a probabilidade de detecção (PD) segue uma distribuição log-normal. São incorporados ao cálculo do Excesso de Sinal termos como: TL e figura de mérito (FM), proporcionando uma análise mais abrangente do desempenho do sistema sonar passivo.

Sendo FM um valor constante e TL seguindo os valores previstos pelo modelo TRACEO, assumimos um sistema sonar fictício com uma FM de 80 dB, da mesma forma que foi empregado nas investigações de Ferla & Porter (1991). Então pode-se, finalmente, gerar os mapas de probabilidade de detecção sonar para as emissões de 1 kHz, a partir dos resultados de TL das simulações usando mapa faciológico do fundo e SSP RD, figura 10 e 11.

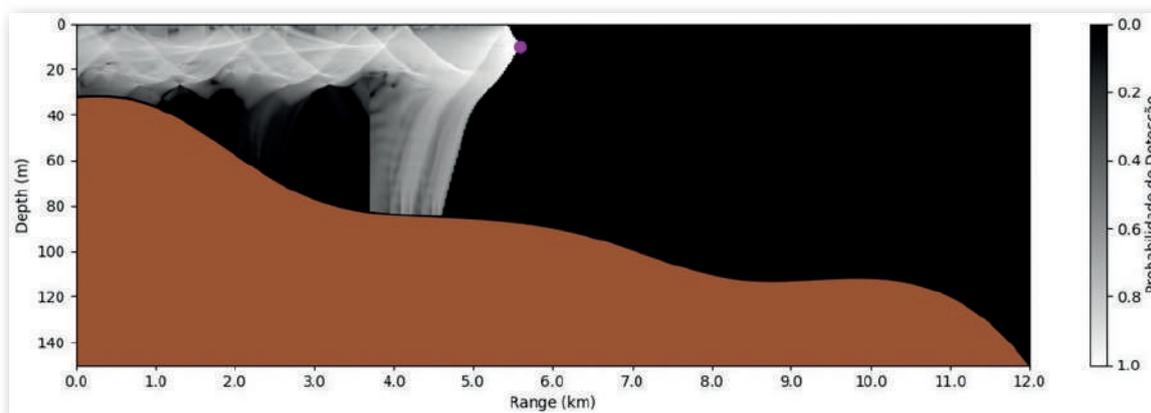


Figura 10 – Os resultados obtidos são mapas de probabilidade de detecção sonar com o mapa faciológico e SSP RD, frequência 1 kHz e 3 milhas de distância do arranjo de hidrofones. Fonte: Elaboração própria

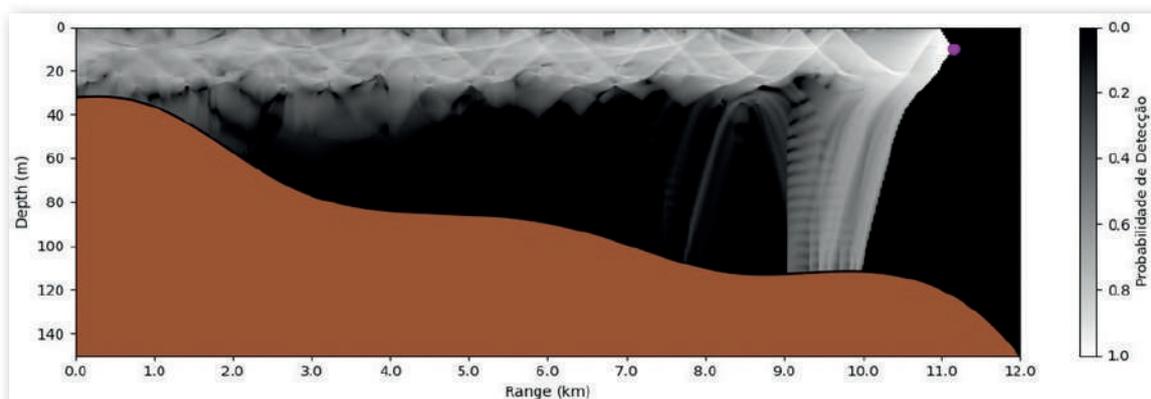


Figura 11 – Mapa de probabilidade de detecção sonar com o mapa faciológico e SSP RD, frequência 1 kHz e 6 milhas de distância do arranjo de hidrofones. Fonte: Elaboração própria

5. CONCLUSÃO

Como escopo principal, avaliou-se de que forma as variáveis meteorológicas e oceanográficas introduziram complexidades adicionais na comparação entre dados coletados *in situ* e resultados obtidos por meio de modelos de propagação acústica.

Ao longo do desenvolvimento do estudo, objetivos adicionais foram alcançados:

- Simulação da propagação do som considerando o cenário realístico da ressurgência, com foco na análise da TL e na probabilidade de detecção acústica.

- Comparação dos dados gerados pelo experimento acústico com o modelo baseado em dados hidrográficos *in situ*, sendo possível fazer uma avaliação quantitativa da modelagem acústica.

- Por intermédio do experimento acústico, foi possível quantificar a perda do sinal acústico causada pela presença da frente térmica associada à ressurgência costeira.

Foram gerados mapas representando o alcance do sinal acústico irradiado nas proximidades da região de Cabo Frio, com ênfase na identificação da presença



da ressurgência costeira. Ao direcionarmos nosso foco para os interesses militares na guerra acústica submarina, torna-se imperativo aprofundar o entendimento sobre a ressurgência, uma condição

oceanográfica na região de Cabo Frio, que se estende ao longo da costa do estado do Rio de Janeiro, especialmente nas proximidades da entrada da Baía de Guanabara, sede estratégica da esquadra brasileira.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

OLIVEIRA, T. C. A., LIN, Y. -T., & PORTER, M. B. "Underwater Sound Propagation Modeling in a Complex Shallow Water Environment." *Frontiers in Marine Science*, vol. 8, 2021, p. 751327.

JENSEN, F. B., KUPERMAN, W. A., PORTER, M. B., AND SCHMIDT, H. *Computational Ocean Acoustics*. 2nd ed., ABC, 2011.

VALENTE, M. H. M. X., Propagação Acústica Modal no Talude Continental das Regiões Sul e Sudeste Brasileiras. Tese de Doutorado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018.

ROBINSON, A. R., ABBOT, P., LERMUSIAUX, P., & DILLMAN, L. "Transfer of Uncertainties Through Physical-Acoustical-Sonar End-to-End Systems: A Conceptual Basis." *Acoustic Variability*, Kluwer Academic Press, n.g. Pace and F.B. Jensen edition, 2002, pp. 603–610.

LAM, F., HALEY, P., JANMAAT, J., LERMUSIAUX, P., LESLIE, W., SCHOUTEN, M. W., RAA, L., & RIXEN, M. "At-sea real-time coupled four-dimensional oceanographic and acoustic forecasts during Battlespace Preparation 2007." *Journal of Marine System*, 2009, pp. 306–320.

ABBOT, P., & DYER, I. "Sonar Performance Predictions Based on Environmental Variability." *Acoustic Variability*, Kluwer Academic Press, 2002, pp. 611-618.

COLIN, M., DUDA, T., TE RAA, L., VAN ZON, T., HALEY, P., JR., LERMUSIAUX, P., LESLIE, W., MIRABITO, C., LAM, F., NEWHALL, A., LIN, Y.-T. & LYNCH, J. Time-evolving acoustic propagation modeling in a complex ocean environment. *Journal of Oceanic Engineering*, 2013, 33:LI2602.

RIXEN, M., LERMUSIAUX, P. & OSLER, J., Quantifying, predicting and exploiting uncertainties in marine environments. *Journal of Oceanic Engineering*, 2012, 33.

TOLSTOY, I., & CLAY, C. S. "Ocean Acoustics: An Evaluation." *Reviews of Geophysics*, vol. 4, no. 1, 1966, pp. 1-23.

ETTER, P. C. *Underwater Acoustic Modeling and Simulation*, 4th ed, 2013.

KUPERMAN, W. A., & LYNCH, J. F. "Shallow-water Acoustics." *Phys. Today*, vol. 57, no. 10, 2004, pp. 55–61.



KATSNELSON, B. G., & PETNIKOV, V. G. Propagação Acústica em Águas Rasas, Academia de Ciência da Rússia, Instituto de Física Geral, 1997.

ARTUSI, L. "Geologia, Geomorfologia e Sismoestratigrafia Rasa da Plataforma Continental ao Largo da Laguna de Araruama – RJ." Universidade Federal Fluminense, Instituto de Geociências, Departamento de Geologia, Laboratório de Geologia Marinha (Lagemar), outubro de 2004.

FIGUEIREDO JR., A. G., & TESSLER, M. "Topografia e Composição do Substrato Marinho da Região Sudeste-Sul do Brasil - Série Documentos Revizee: Score Sul." Série Documentos Revizee, 2004.

RODRÍGUEZ, O. C. Fundamentals of Underwater Acoustics, Springer, 2023.

KELLER, J. B. "Rays, Waves and Asymptotics." Bulletin of the American Mathematical Society, vol. 84, no. 5, 1978, pp. 727–750.

OLIVEIRA, T. C. A., Lin, Y. -T., & Porter, M. B. "Underwater Sound Propagation Modeling in a Complex Shallow Water Environment." Frontiers in Marine Science, vol. 8, 2021, p. 751327.

FERLA, C., & PORTER, M. "Receiver Depth Selection for Passive Sonar Systems." IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 16, no. 3, 1991, pp. 267–279.

URICK, R. J. Principles of Underwater Sound, 3rd ed., McGraw-Hill, 1983.

