



PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA INTERSEÇÃO DE ARCOS GEODÉSICOS EM PROVEITO DA REALIDADE S-100

Capitão de Fragata (EN) Ricardo Ramos Freire¹

Capitão de Fragata (EN) Gilberto de Jesus de Oliveira²

Capitão de Corveta (EN) Alex Bolhosa Ferreira³

Capitão de Corveta (EN) Amilcar Mangueira Aguiar Junior⁴

RESUMO

Este artigo apresenta uma breve reflexão sobre a nova realidade S-100, bem como oferece ao leitor um algoritmo de cálculo para determinação da interseção entre linhas geodésicas sobre a superfície de referência elipsoidal, de acordo com as precisões esperadas na editoração cartográfica náutica.

Palavras-chave: Linhas geodésicas, interseção, S-100 e elipsoide.

ABSTRACT

This article presents a brief reflection on the new S-100 reality. It also offers the reader a calculational algorithm for determining the intersection between geodetic lines on the ellipsoidal reference surface compliant with the expected accuracies in nautical cartographic editing.

¹Oficial do Corpo de Engenheiros da Marinha graduado em Engenharia Cartográfica (UERJ). Mestrado em Engenharia da Computação (Geomática - UERJ). Ph.D em Engenharia Oceânica pela UNH, servindo presentemente no Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM). Email: ricardo.freire@marinha.mil.br

²Oficial do Corpo de Engenheiros da Marinha graduado em Engenharia Cartográfica (UERJ). Mestrando em Biotecnologia Marinha (UFF e IEAPM), servindo presentemente no Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM). Email: gilberto.oliveira@marinha.mil.br

³Oficial do Corpo de Engenheiros da Marinha graduado em Engenharia Eletrônica (CEFET/RJ). Mestrado em Engenharia Oceânica (UFRJ), servindo presentemente no Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM). Email: alex.bolhosa@marinha.mil.br

⁴Oficial do Corpo de Engenheiros da Marinha graduado em Engenharia Mecânica (UFES). Mestrado em Engenharia Oceânica (UFRJ), servindo presentemente no Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM). Email: amilcar@marinha.mil.br



Keywords: *Geodesic lines, intersection, S-100 and ellipsoid.*

1. INTRODUÇÃO

A representação cartográfica dos objetos de interesse da segurança da navegação foi imensamente impactada com o advento da Cartografia Assistida por Computador (CAC). Os produtos gerados na era analógica foram atualizados para realidade da vetorização das linhas. Houve uma quebra de paradigma, em que os operadores foram obrigados a assimilar novos conhecimentos para trabalhar na realidade da CAC. Entretanto, do ponto de vista dos produtos (cartas em papel e posteriormente cartas matriciais) não houve evolução qualitativa significativa.

O emprego de computadores, para atualizar as cartas náuticas só causou real impacto com o advento das cartas náuticas eletrônicas (*Electronic Navigational Charts, ENC*). Os regramentos topológicos, os controles de qualidade e o eventual uso de bancos de dados espaciais revelaram mazelas das cartas em papel, e matriciais ou raster, até então desconhecidas. Antes das ENC, a verificação da vetorização empregada pelos operadores dos CAC se contentava com a inspeção visual dos produtos impressos. Tal processo de controle aceitava polígonos abertos ou descontínuos, inconsistências verticais entre produtos de diferentes escalas de compilação, processos de generalização cartográfica indevidos, entre vários outros problemas, incluindo os de natureza topológica. Como uma única carta pode possuir mais de 3 mil objetos e o portfólio da DHN é composto por algumas centenas de cartas em papel, é fácil constatar que esse é um problema significativo. Isso posto, foi realizado um grande esforço para corrigir os problemas identificados e gerar as células ENC.

Os problemas identificados não foram apenas do Brasil. A codificação das ENC, baseada no padrão S-57 (*IHO Transfer*

Standard for Digital Hydrographic Data), da *International Hydrographic Organization* (IHO) impactou toda a comunidade internacional. Para melhorar a qualidade dos produtos, a IHO criou o Anexo C do Apêndice B.1 da S-57, estabelecendo os primeiros controles de qualidade. Atualmente esse anexo foi descontinuado e substituído pelo anexo que os Engenheiros Cartógrafos conhecem como padrão S-58 (*ENC Validation Checks*). Esse compêndio de testes de consistência lógica, topológica, entre outros, visava melhorar o aspecto geométrico das feições codificadas e os relacionamentos entre essas feições, incluindo os metadados, aumentando a coerência da ENC. Os fabricantes de software passaram a desenvolver ferramentas que permitiam construir as ENC baseadas em S-57 e rodar os respectivos controles de qualidade derivados dos regramentos da S-58. Desse modo, o fluxo de produção acabou, naturalmente, evoluindo para primeiro atualizar as bases de dados e células ENC (com seus respectivos controles) para depois, de forma derivada, atualizar as cartas em papel e matriciais.

A comunidade internacional está novamente experimentando um período de inflexão com o *e-Navigation*. Na espinha dorsal desse processo, o novo modelo de dados hidrográficos universal S-100 (*IHO Universal Hydrographic Data Model*) estabeleceu um *framework* comum para que diversos novos padrões geoespaciais sejam desenvolvidos em proveito da comunidade marítima. Dezenas de novos padrões estão em elaboração, almejando uma experiência de planejamento, execução, verificação e correção da navegação, como no PDCA, muito mais completa do que as células ENC, baseadas em S-57, eram capazes. A IHO avocou para si os padrões S-101 a S-199, indo desde a nova carta náutica eletrônica (S-101, *ENC Product Specification*), passando por superfícies batimétricas (S-102, *Bathymetric Surface Product Specification*), maré

(S-104, *Water Level Information for Surface Navigation Product Specification*), correntes de superfície (S-111, *Surface Currents Product Specification*), etc. Em razão da complexidade, diversas outras organizações estão contribuindo (ou planejando contribuir) na elaboração de padrões específicos, quer sejam a *International Association of Marine Aids to Navigation and Lighthouse* (IALA) (S-201 a S-299), *Intergovernmental Oceanographic Commission* (IOC) (S-301 a S-399), *Inland ENC Harmonization Group* (IEHG) (S-401 e S-402), *WMO Service Commission* (SERCOM) (S-411 a S-414), *International Electrotechnical Commission – TC80* (IEC-TC80) (S-421 a S-430) e *NATO Geospatial Maritime Working Group* (GMWG) for *Additional Military Layers* (AML) (S-501 a S-525). Algumas modificações introduzidas no *framework* S-100 têm potencial de alterar, novamente, o rigor de construção dos produtos da cartografia náutica. Um desses aspectos será abordado a seguir.

2. DA S-57 PARA S-100

A evolução da modelagem de dados S-57 para S-101 (*ENC Product Specification*), que está subordinada ao *framework* S-100, é de relativa complexidade e este artigo não pretende esgotar o tema. Entretanto, alguns tópicos serão apresentados sobre os métodos de interpolação para os segmentos de linhas.

O primeiro aspecto de destaque consta do item 2.1.7 do Anexo A, Apêndice B.1 do padrão S-57. Nele, é definido o parâmetro Fator de Multiplicação de Coordenadas (*Coordinate Multiplication Factor*, COMF). O COMF será sempre 10^7 . Isso significa que as coordenadas em latitude e longitude das células ENC, baseadas na S-57, terão seus valores armazenados até a sétima casa decimal, o que equivaleria a 11,132 mm na linha do Equador, considerando o

elipsoide biaxial GRS-80. Faz-se importante destacar que essa imposição independe das bandas de uso, mais ainda, independe da escala de compilação de cada célula. Já no Anexo B da S-65 (S-57 ENC to S-101 *Conversion Guidance*), item 2.1.7, o valor do COMF é mantido para S-101, mas será armazenado no campo de informações da estrutura do conjunto de dados (DSSI) nos subcampos CMFX e CFMY. Essa especificação é confirmada no item 10.1.1 da S-101.

Voltando para S-57, item 7.7.1.8, são apresentados os tipos de interpolação dos arcos/curvas: *Arc 3 point centre*, *Elliptical arc*, *uniform B-spline*, *Piecewise Bezier* e *Non-uniform rational B-spline*.

No item 9-7.2 da S-100, temos: *None*, *Linear*, *Loxodromic*, *Circular Arc 3 Points*, *Geodesic*, *Circular Arc Center Point with Radius*, *Elliptical*, *Conic*, *Polynomial Spline*, *Bezier Spline*, *B-Spline* e *Blended Parabolic*. Dessas duas listas, o que mais chama a atenção é que quase todos os interpoladores são baseados em geometria euclidiana sobre sistemas projetivos, exceto um: o interpolador geodésico. Pela sua natureza, esse interpolador é aplicado considerando a superfície elipsoidal de referência. Mais importante ainda: essa especificação não está na S-101, mas, sim, na S-100. Ou seja, esse interpolador vale para todos os padrões. Cumpre ressaltar que os sistemas de navegação apresentam as ENC por meio de sistemas projetivos como recurso para melhor compreensão do navegante humano. Em tempos de sistemas inteligentes de navegação autônoma, essa limitação pode cair por terra. Nada impediria um sistema de navegação trabalhar com coordenadas geodésicas nativas ou mesmo geocêntricas tridimensionais e seria até mais coerente com a busca pelo menor percurso (desobstruído) entre dois pontos. Vale lembrar que o emprego das diversas camadas da S-100 pelo *e-Navigation* aumenta a



necessidade de interoperabilidade entre os produtos; algo que a S-98, *Data Product Interoperability in S-100 Navigation Systems*, busca harmonizar; e capacidade de assimilação por parte do navegante humano para seu respectivo processo decisório. A previsão de interpoladores geodésicos, que inexistiam na S-57, potencializa o futuro da navegação eletrônica.

Como mencionado, os controles de qualidade para as ENC, baseadas na S-57, estão no padrão S-58. Nesse momento, inexistem para as ENC S-101 um padrão homólogo – o Anexo C da S-101 lista uma série de regras para controle de qualidade. Recentemente, em 2023, na reunião do *Hydrographic Services and Standards Committee* (HSSC15) da IHO, foi solicitada a alocação da numeração S-158 para verificações de validação da S-100 (incluindo S-98). As verificações de validação da S-158 serão semelhantes ao S-58, pois precisarão ser atualizadas independentemente para S-100 e S-98. Mais uma vez, ressalta observar que a S-158 cobrirá toda a S-100, não somente a S-101.

Por fim, no item 1.4.2 da S-58, para todos os operadores espaciais (*EQUALS, DISJOINT, TOUCHES, WITHIN, OVERLAPS, CROSSES, INTERSECTS, CONTAINS e COINCIDENT*) baseados na ISO 19125-1, uma tolerância padrão de 1/COMF deve ser aplicada nos softwares de validação. Nesse contexto, esse artigo passa a apresentar um algoritmo de cálculo para interseção de linhas geodésicas.

3. LINHAS GEODÉSICAS

De acordo com Bomford (1952), o menor segmento de linha que une dois pontos sobre o elipsoide de revolução é a linha geodésica. Sendo N o raio de curvatura da seção primeiro vertical, M o raio de curvatura da seção meridiana, ds a diferencial de su-

perfície, $d\phi$ de latitude e $d\lambda$ de longitude, a primeira forma fundamental do elipsoide de revolução é expressa por (PEARSON, 1977):

$$ds^2 = (M \cdot d\phi)^2 + (N \cdot \cos(\phi) \cdot d\lambda)^2$$

Onde os valores de M e N são:

$$M = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{\{1 - [e \cdot \sin(\phi)]^2\}^{1,5}}$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - [e \cdot \sin(\phi)]^2}}$$

E os valores do semieixo maior a (6.378.160 m) e achatamento f (1/298.257223563) definem o elipsoide GRS-80, adotado como referência pelo *World Geodetic System 1984* (WGS84), datum horizontal de referência para as cartas náuticas. Já a primeira excentricidade e_1 é dada por:

$$e_1 = \sqrt{f \cdot (2 - f)}$$

As linhas geodésicas podem ser definidas pelas equações diferenciais abaixo:

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{\cos(\alpha)}{M}$$

$$\frac{d\lambda}{ds} = \frac{\sin(\alpha)}{N \cdot \cos(\phi)}$$

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{\tan(\phi) \cdot \sin(\alpha)}{N}$$

Onde α é o azimute. A primeira forma fundamental é o ponto de partida para as soluções direta e inversa adotadas nesse artigo. O método escolhido é o de Vincenty (1975).

Por fim, uma linha geodésica, em geral, não é uma curva plana. No entanto, o plano que contém três pontos próximos em qualquer geodésica também contém o gradiente ao elipsoide no ponto

central desses três pontos. Os Meridianos e o Equador são linhas geodésicas específicas pois são as únicas que são curvas planas. As linhas ortodrômicas são linhas geodésicas, ou círculos máximos, para superfície de referência esférica. Tais linhas, entretanto, não são linhas geodésicas para superfície de referência elipsoidal, objeto deste estudo.

4. CÁLCULOS GEODÉSICOS DIRETO E INVERSO

O problema das linhas geodésicas se divide em duas partes:

Direto: a partir das coordenadas geodésicas de um ponto de origem sobre o elipsoide, determinar o ponto de destino, conhecidas a distância e azimute geodésicos entre os pontos (Figura 1);

Inverso: dadas as coordenadas geodésicas de dois pontos, calcular a distância e azimutes geodésicos entre os pontos (Figura 2)



Figura 1 – solução direta para linhas geodésicas no elipsoide. Fonte: elaboração própria



Figura 2 – solução inversa para linhas geodésicas no elipsoide. Fonte: elaboração própria.

O Método de Vincenty (1975) é um dos mais conhecidos e empregados até hoje, tanto pela simplicidade de implementação e precisão de resultados como pelo baixo custo computacional. Para esse estudo, o método foi codificado incluindo a expansão original até os termos u^8 e B^3 . Adicionalmente, foi estabelecido um critério de convergência de 10^{-20} para as longitudes no método indireto e outro critério de igual magnitude para a convergência das distâncias angulares no método direto. Rapp (1993) apresenta considerações adicionais sobre métodos não iterativos e comportamento geodésico de pontos antípodas.

5. EXEMPLO DE CÁLCULO DAS COORDENADAS DO PONTO DE INTERSEÇÃO ENTRE DUAS LINHAS GEODÉSICAS

Sejam duas linhas geodésicas que se cruzam no ponto S. A primeira unindo os pontos 1 e 2, e a segunda, os pontos 3 e 4, conforme a Figura 3. Definiu-se o segmento de linha geodésica que une os pontos 1 e 2 como g_{12} e os pontos 3 e 4 como g_{34} .



Figura 3 – interseção entre duas linhas geodésicas



Lembrando que a S-58 estabelece que os operadores espaciais devem ter tolerância padrão até a sétima casa do grau decimal das coordenadas geodésicas (e que essa realidade deve persistir na S-100 por meio da futura S-158), essa é a precisão desejável para o método.

Os pontos 1, 2, 3, 4 e S possuem as seguintes coordenadas:

Tabela 1 – Coordenadas dos pontos extremos dos segmentos de linhas geodésicas e do ponto de interseção (calibração)

P	Lat	Long
1	62,5856080º	-164,8953810º
2	-53,03254672407609º	-14,108183272619748º
3	43,7394160º	7,4195730º
4	-55,81656238317595º	-102,10055177300606º
S	-19,8802811º	-44,0125331º

Para fins de controle, foram estabelecidos os pontos 1, 3 e S. Desse modo, foram calculados os azimutes geodésicos Az_{15} e Az_{35} . Empregando os respectivos azimutes, foi estabelecido o ponto 2 distando 18.000 km do ponto 1 e o ponto 4 distando 15.000 km do ponto 3, usando o método direto de Vincenty (1975). Dessa forma, será possível avaliar qual a precisão do cálculo das coordenadas do ponto de interseção das linhas geodésicas g_{12} e g_{34} .

Caso g_{12} e g_{34} fossem significativamente curtas, seria possível estabelecer uma geometria mais amigável para representar essas geodésicas, de forma que a interseção entre elas fosse algebricamente determinável. Uma abordagem possível é popular g_{12} e g_{34} com os pontos que pertencem a cada uma das linhas geodésicas. Para tal, toma-se as coordenadas do ponto 1 como origem e, usando o azimute geodésico Az_{12} , calculam-se as coordenadas dos pontos pertencentes a g_{12} a cada 1 m (passo). Executa-se o mesmo procedimento

para g_{34} . Para g_{12} , teremos 18 milhões de pontos e, no caso de g_{34} , serão 15 milhões de pontos. Para identificar os pontos próximos à solução de interseção, haveria necessidade de avaliar $270 \cdot 10^{12}$ opções, o que é extremamente ineficiente.

Optou-se por uma estratégia de adensamento de pontos das linhas geodésicas com passo variável, conforme abaixo para g_{12} :

- Calcula a distância entre os pontos 1 e 2;
- Calcula o número de pontos pelo truncamento da divisão entre a distância e o passo;
- Calcula o azimute de g_{12} ;
- Calcula as coordenadas dos pontos pertencentes a g_{12} usando o método direto de Vincenty (1975).

O mesmo procedimento é adotado para g_{34} . Com passo inicial de 1.000 km, as duas matrizes de pontos das linhas geodésicas são comparadas, buscando estabelecer qual o par de pontos (um da g_{12} e outro da g_{34}) possui a menor soma absoluta de diferença entre as coordenadas. Identificado os dois pontos, toma-se os pontos imediatamente anterior e posterior nas g_{12} e g_{34} . Com esses novos limites, repete-se o procedimento com passo de 100 km. Esse processo é repetido, dividindo, sucessivamente, o passo por 10 até chegar no passo de 1 m.

Ao atingir o passo de 1 m, a matriz de coordenadas g_{12} é avaliada quanto à linearidade entre as latitudes e longitudes. Em razão dos valores envolvidos nesse estudo, optou-se por substituir a análise do coeficiente de determinação pela tolerância, definida por $1-r^2$. Para g_{12} a tolerância apresentou valor igual a $9,726 \cdot 10^{-14}$. Já na g_{34} o valor é de $9,903 \cdot 10^{-14}$. Ambos os valores indicam alta linearidade entre as latitudes e longitudes em cada uma das linhas geodésicas. Assim, é estabelecido um modelo linear, conforme abaixo:

$$a \cdot \phi_n + b = \lambda_n$$

No caso de g_{12} temos 20 equações, enquanto para g_{34} são 21. Para resolver esse sistema, adota-se norma-l2, resolvendo por meio do Método dos Mínimos Quadrados:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \phi_0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \phi_n & 1 \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}}_X = \underbrace{\begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}}_B$$

$$X = A^T \cdot A^{-1} \cdot A^T \cdot B$$

Os resíduos do ajustamento paramétrico são dados pelo vetor abaixo:

$$V = A \cdot X - B$$

A raiz quadrada do erro médio quadrático é dada por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{V^T \cdot V}{n-1}}$$

Ao realizar o ajustamento, obtém-se $RMSE_{12}$ de $6,421 \cdot 10^{-4}$ graus e $RMSE_{34}$ de $6,205 \cdot 10^{-4}$ graus. Esses valores são incompatíveis com a precisão desejada (sétima casa do grau decimal). Ressalta-se que o processo de inversão do quadrado da matriz jacobiana A para obter X costuma apresentar problemas, de acordo com a natureza dos dados. É possível relacionar o RMSE com o coeficiente de determinação (WEISSTEIN, 2017):

$$r^2 = 1 - \frac{V^T \cdot V}{\sum_{i=0}^{n-1} (B_i - \bar{B})^2}$$

Rearranjando, temos:

$$RMSE = \sigma_B \cdot \sqrt{1 - r^2}$$

Onde σ_B é o desvio padrão de B, ou seja, o desvio padrão do subconjunto das longitudes geodésicas de g_{12} ou g_{34} , conforme o caso. A vantagem dessa forma de cálculo de RMSE é que não é preciso determinar os parâmetros solução do vetor X, para depois calcular o vetor resíduo V, ou seja, esse RMSE não está sujeito aos problemas da inversão matricial do quadrado da matriz jacobiana A. O $RMSE_{12}$ foi de $8,306 \cdot 10^{-12}$ graus enquanto o $RMSE_{34}$ foi de $1,076 \cdot 10^{-11}$ graus. Tais valores são compatíveis com COMF, CMFX e CMFY. Para resolver o problema da inversão matricial, empregou-se o método de fatoração LU, conforme abaixo:

$$A^T \cdot A = L \cdot U$$

$$A^T \cdot A \cdot X = A^T \cdot B$$

$$L \cdot U \cdot X = A^T \cdot B$$

$$L \cdot Y = A^T \cdot B$$

$$U \cdot X = Y$$

Com a fatoração LU, foi possível calcular os vetores solução X_{12} e X_{34} , cujos respectivos RMSE foram $7,847 \cdot 10^{-9}$ graus e $1,854 \cdot 10^{-9}$ graus. Com os vetores solução, é possível determinar as coordenadas do ponto de interseção das geodésicas g_{12} e g_{34} . Os valores calculados foram:

$$LatS = -19.880281102317355^\circ$$

$$LongS = -44.01253310175605^\circ$$

Como as coordenadas do ponto S foram estabelecidas no início do projeto, os erros associados estão abaixo:

$$\varepsilon LatS = (2.317 \cdot 10^{-9})^\circ$$

$$\varepsilon LongS = (1.756 \cdot 10^{-9})^\circ$$

6. CONCLUSÃO

Os erros apresentados para os cálculos de interseção entre as linhas geodé-



sicas com 18.000 km e 15.000 km, respectivamente, ficaram na ordem de 10-9 graus, compatível com a precisão estabelecida na S-58 e na S-100/S-101. É apresentado um material complementar após as Referências, em que os códigos empregados estão discriminados. O processamento do código, para o exemplo avaliado, leva 1 s.

Para trabalhos futuros, sugere-se que o método de Vincenty (1975) seja reavaliado, expandindo as séries em mais

termos para aferir a contribuição ao processo de determinação da interseção geodésica. Sugere-se avaliar outros métodos de decomposição, como Cholesky, QR, Jordan, Hessenberg, etc, buscando melhorar o RMSE do ajustamento. A codificação foi feita objetivando clareza nos processos. Algumas partes do programa podem ser substituídas por loops, enxugando o código e potencialmente reduzindo o tempo de processamento.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOMFORD, G. Geodesy. New York. 1952.

IHO, S-57 Transfer Standard for Digital Hydrographic Data. <https://iho.int/uploads/user/pubs/standards/s-57/31Main.pdf>, 2000. Acesso em: 21/01/2024.

IHO, S-57 Appendix B.1, Annex A - Use of the Object Catalogue for ENC - UOC. https://iho.int/uploads/user/pubs/standards/s-57/S-57%20Appendix%20B.1%20Annex%20A_UOC_Ed%204.3.0_Final.pdf, 2022. Acesso em: 21/01/2024.

IHO, S-58 ENC Validation Checks. https://iho.int/uploads/user/pubs/standards/s-58/S-58%20Ed%207.0.0_Final.pdf, 2022. Acesso em: 21/01/2024.

IHO, S-65 Annex B S-57 ENC to S-101 Conversion Guidance. https://iho.int/uploads/user/pubs/standards/s-65/S-65%20Annex%20B_Ed%201.1.0_Final.pdf, 2023. Acesso em: 21/01/2024.

IHO, S-98 Data Product Interoperability in S-100 Navigation Systems. https://iho.int/uploads/user/pubs/standards/S-98/S-98%20Main_Ed%201.0.0_Final.pdf, 2022. Acesso em: 21/01/2024.

IHO, S-100 Universal Hydrographic Data Model. https://iho.int/uploads/user/pubs/standards/s-100/S-100_5.1.0_Final_Clean.pdf, 2023. Acesso em: 21/01/2024.

IHO, S-101 ENC Product Specification. https://registry.iho.int/productspec/view.do?idx=195&product_ID=S-101&statusS=5&domainS=ALL&category=product_ID&searchValue=, 2023. Acesso em: 21/01/2024.

IHO, S-101 Annex A_DCEG. https://registry.iho.int/productspec/view.do?idx=195&product_ID=S-101&statusS=5&domainS=ALL&category=product_ID&searchValue=, 2023. Acesso em: 21/01/2024.

IHO, S-101 Annex C_Validation Checks. https://registry.iho.int/productspec/view.do?idx=195&product_ID=S-101&statusS=5&domainS=ALL&category=product_ID&searchValue=, 2023. Acesso em: 21/01/2024.



IHO, S-102 Bathymetric Surface Product Specification. https://registry.iho.int/productspec/view.do?idx=199&product_ID=S-102&statusS=5&domainS=ALL&category=product_ID&searchValue=, 2023. Acesso em: 21/01/2024.

IHO, S-104 Water Level Information for Surface Navigation Product Specification. https://registry.iho.int/productspec/view.do?idx=198&product_ID=S-104&statusS=5&domainS=ALL&category=product_ID&searchValue=, 2023. Acesso em: 21/01/2024.

IHO, S-111 Surface Currents Product Specification. https://registry.iho.int/productspec/view.do?idx=178&product_ID=S-111&statusS=5&domainS=ALL&category=product_ID&searchValue=, 2023. Acesso em: 21/01/2024.

PEARSON, Frederick. Map Projection Equations. Naval Surface Weapons Center, Dahlgren Laboratory, 1977.

RAPP, Richard H. Geometric geodesy part 2. 1993.

VINCENY, Thaddeus. Direct and inverse solutions of geodesics on the ellipsoid with application of nested equations. Survey review, v. 23, n. 176, p. 88-93, 1975.

WEISSTEIN, Eric W. Correlation coefficient. <https://mathworld.wolfram.com/>, 2006. Acesso em: 21/01/2024.

